

Електроемкость проводника.

Энергия электрического поля


Электроемкость проводника

- **Электроемкость уединенного проводника.**

Уединенный проводник – проводник, вблизи которого нет других тел, способных повлиять на распределение зарядов на нем.

Электроемкость уединенного проводника

Проводнику сообщили заряд q , который распределился по поверхности проводника так, что внутри проводника поле $\mathbf{E} = 0$.

Если проводнику сообщить дополнительный заряд, то он распределится таким образом, чтобы $\mathbf{E} = 0$, при этом потенциал изменится, но по-прежнему во всех точках проводника будет одинаков. 

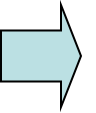
Отношение поверхностных плотностей зарядов любых двух точек величина постоянная при любых зарядах, сообщенных проводнику.

Поверхностная плотность заряда
пропорциональна сообщенному ему
заряду.

Напряженность электрического поля

$$E = \sigma / \varepsilon_0.$$

$$E \sim \sigma \sim q.$$



$$\int_r^{\infty} E dr^{\overline{\omega}} = \varphi_1 - \varphi_2,$$

$$\varphi_2 = 0. \quad \Rightarrow \quad \int_r^{\infty} E dr^{\overline{\omega}} = \varphi,$$

где φ – потенциал проводника.

$$\left. \begin{array}{l} E \sim \varphi. \\ E \sim q. \end{array} \right\} \Rightarrow q = C\varphi,$$

C – коэффициент пропорциональности
(электроемкость).

Електроємкость провідника

- В СІ С вимірюється в фарадах [1Ф = 1Кл / 1В].
- Електроємкость провідника – це фізическа величина численно равная заряду, который необходимо сообщить проводнику, чтобы увеличить его потенциал на 1В.
- Диэлектрик електроємкостью не характеризується, так як он не являється екіпотенціальним телом.

Електроємкость провідника

- Електроємкость шара.

Связь напряженности поля и потенциала

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}, \quad (1)$$

$$E dr = -d\varphi. \quad (2)$$

Поле вне сферы

$$r \geq R, E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}. \quad (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} (1) \\ (2) \\ (3) \end{array} \right\} \int_R^{\infty} \frac{q dr}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} = - \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi. \quad (4)$$

Электроемкость шара

$$\left. \begin{aligned} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} &= \varphi_1 - \varphi_2. & (5) \\ \varphi_2 = \varphi_\infty &= 0. \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R} = \varphi.$$
$$C = \frac{q}{\varphi}.$$
$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R. \quad (6)$$

Электроемкость проводника зависит от его формы и размеров, свойств окружающей среды (ε).

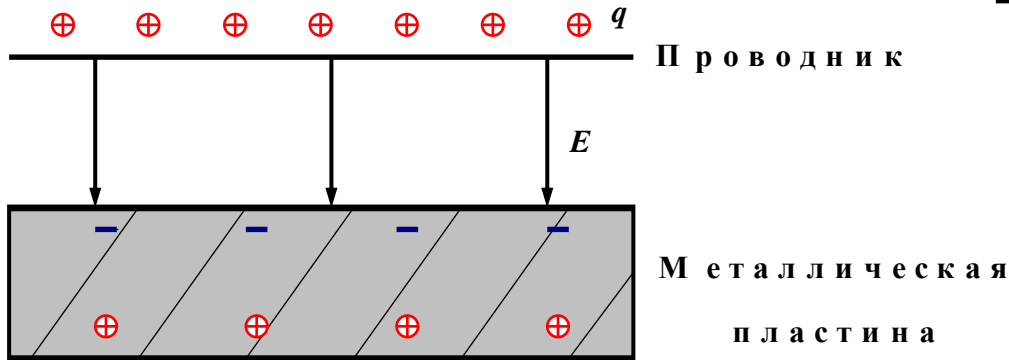
Электроемкость шара

- Электроемкость Земли:

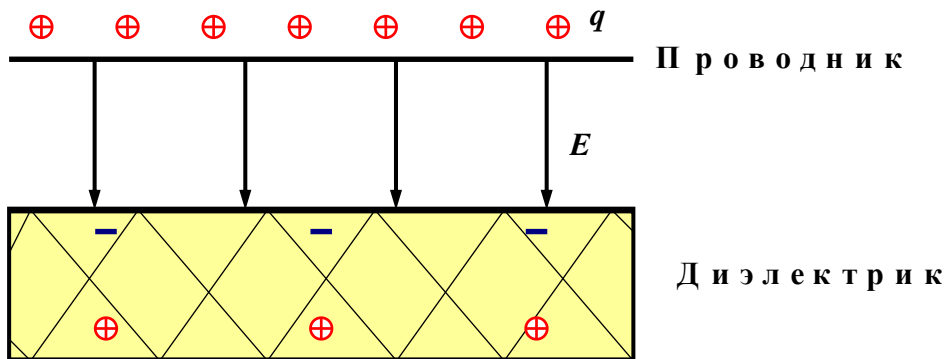
$$C_{\text{Земли}} = 4\pi\epsilon_0 R = 4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 6400 \cdot 10^3 = 0,7 \text{ мФ}.$$

- Фарад – большая величина, обычно используют единицы: микрофарад (мкФ), пикофарад (пФ).
- Для того чтобы проводник обладал большой емкостью, он должен иметь большие размеры.

Взаимная емкость

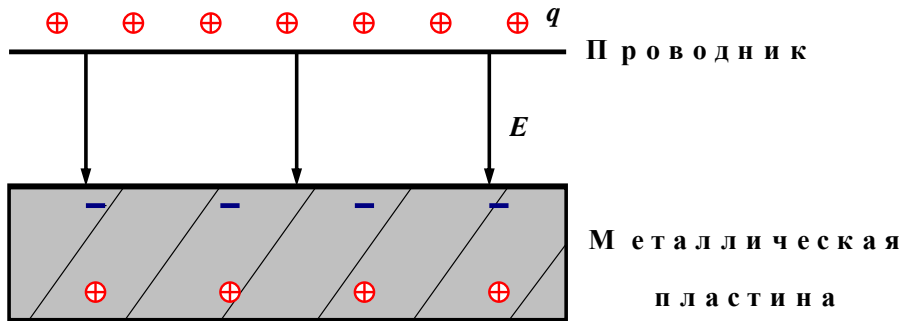


В поле проводника помещаем металлическую пластину. Металлическая пластина заряжается в поле проводника.

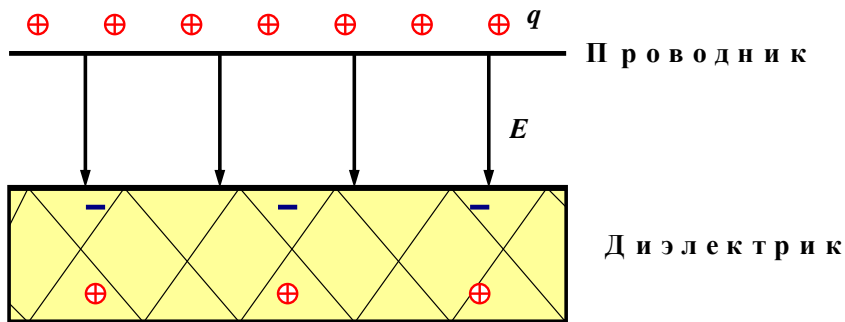


Ближе к проводнику будет находиться поверхность пластины, зарядившаяся противоположным зарядом.

Взаимная емкость



Поле, создаваемое зарядом проводника понизится, понизится и потенциал проводника.



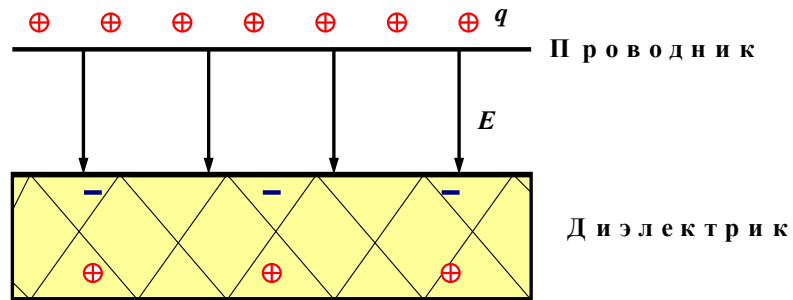
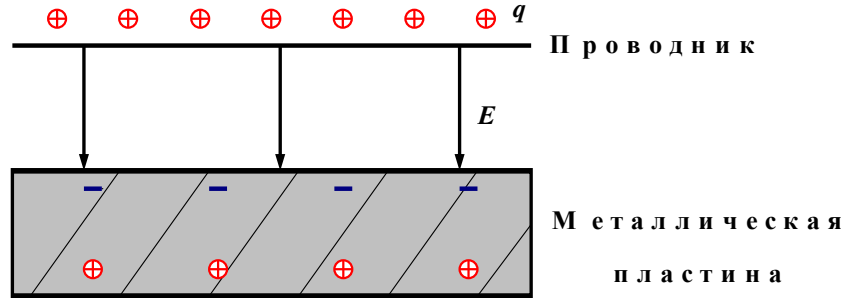
$$\varphi = \varphi_+ + \varphi_-; \varphi < \varphi_+$$

$$q = \text{const}$$

$C = q / \varphi$ - увеличится.



Взаимная емкость



В поле заряженного проводника диэлектрик поляризуется, что приводит к тому, что потенциал проводника уменьшается, а его емкость увеличивается.

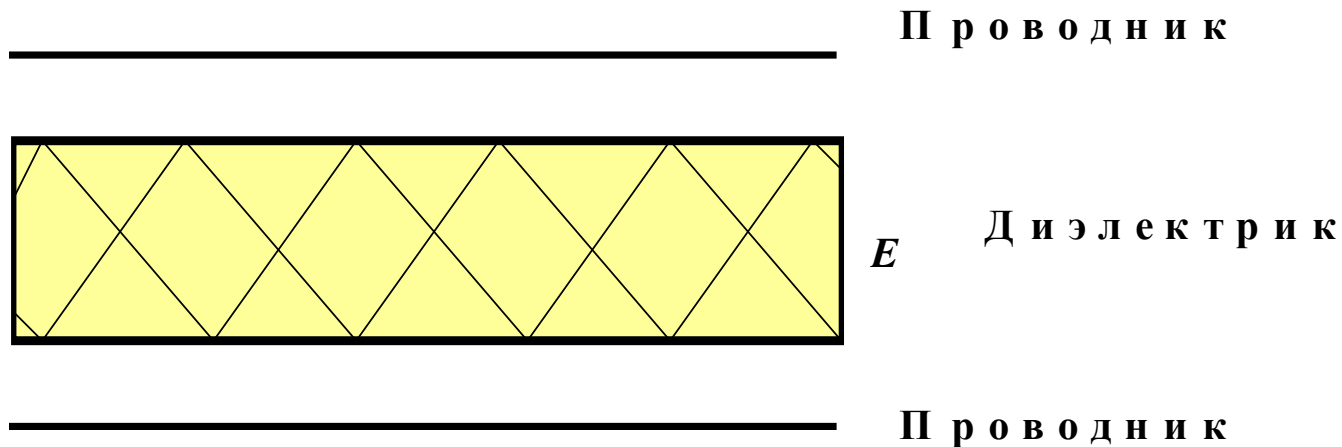
Взаимная емкость больше, чем емкость уединенного проводника.

Особенно большой емкостью обладает конденсатор.

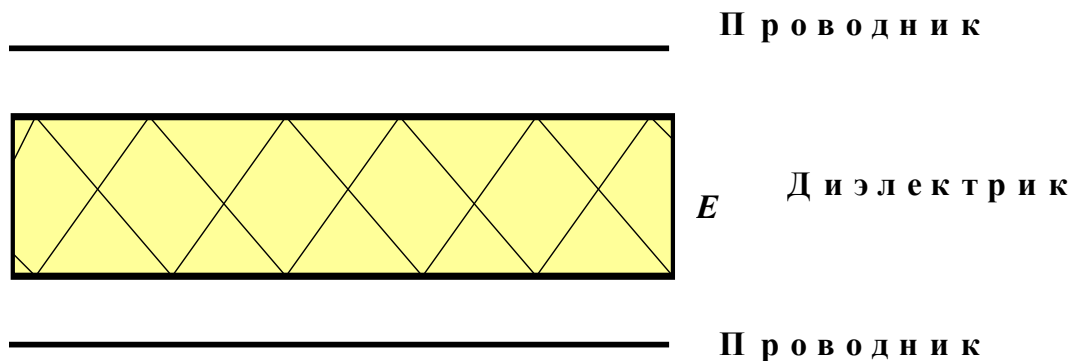
Конденсаторы

Конденсатор – система из двух проводников, разделенных слоем диэлектрика, продольные размеры которых много больше расстояния между ними.

Проводники называются **обкладками конденсатора**.



Конденсаторы



Конденсаторы
конструируют
таким образом,
чтобы поле
было сосредоточено
между обкладками.

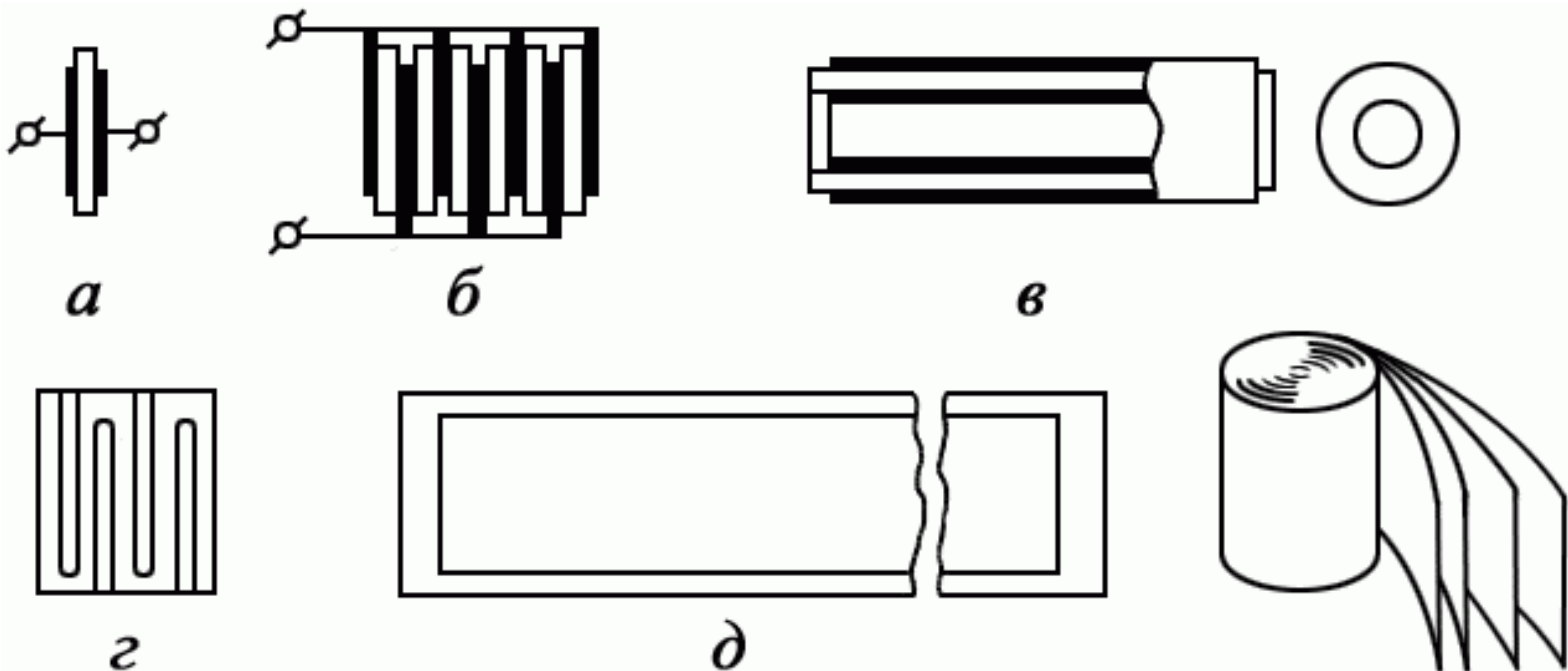
В этом случае на емкость конденсатора не оказывают влияния окружающие тела.

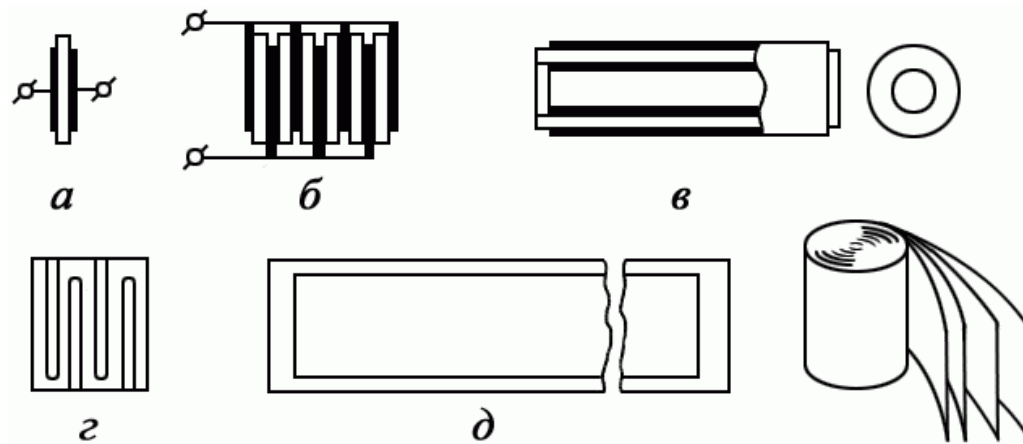
Конденсаторы

При зарядке конденсатора от электрической машины процесс происходит так, как если бы некоторый заряд был перенесен с одной обкладки на другую. Модуль заряда, который необходимо перенести с одной обкладки на другую, чтобы зарядить одну из них отрицательно, а другую положительно, называется зарядом конденсатора.

Конденсаторы

- Конструктивно конденсаторы бывают ***плоские, цилиндрические, сферические.***





(а) плоский конденсатор – две плоские металлические обкладки, разделенные диэлектриком, (б) плоский многопластинчатый конденсатор, содержащий n обкладок, соединенных параллельно. Конструкции (а, б) применяются в конденсаторах с неорганическими диэлектриками.

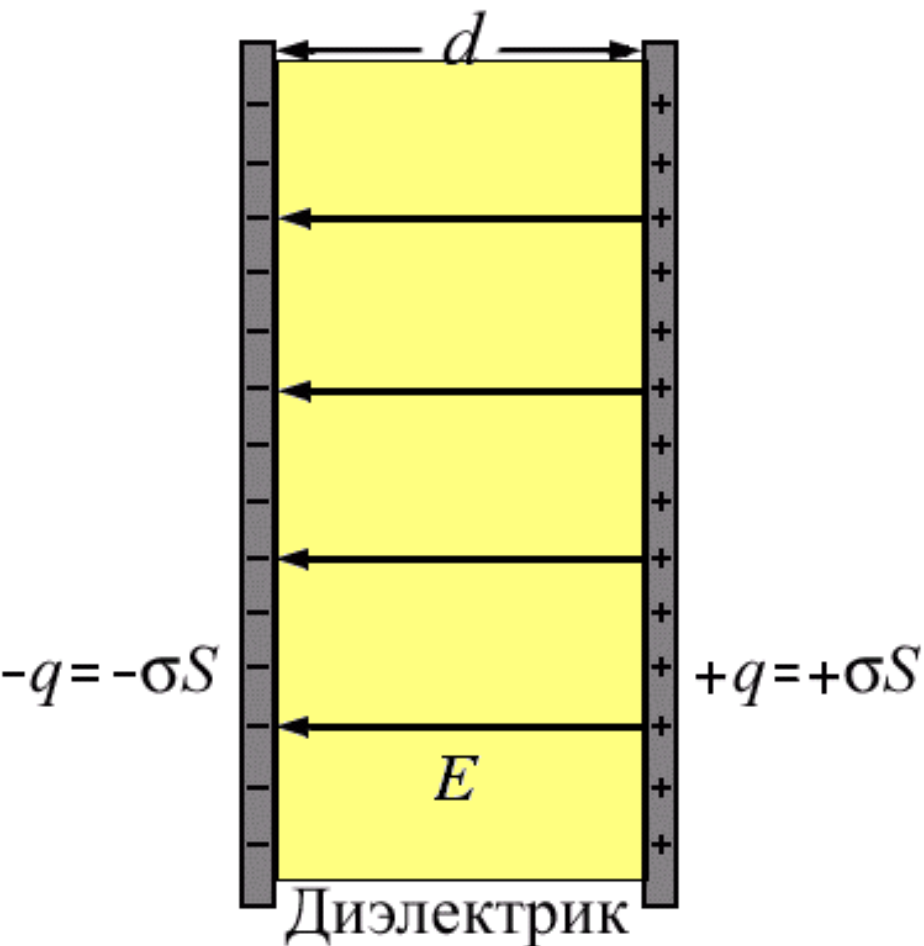
В керамических конденсаторах используются другие конструкции – цилиндрическая (в), многосекционная (г).

В конденсаторах с органическими диэлектриками базовой конструкцией является спиральный конденсатор (д), в котором обкладки и диэлектрики представляют собой ленты, скручиваемые спиралью.

Плоский, сферический и цилиндрический конденсаторы

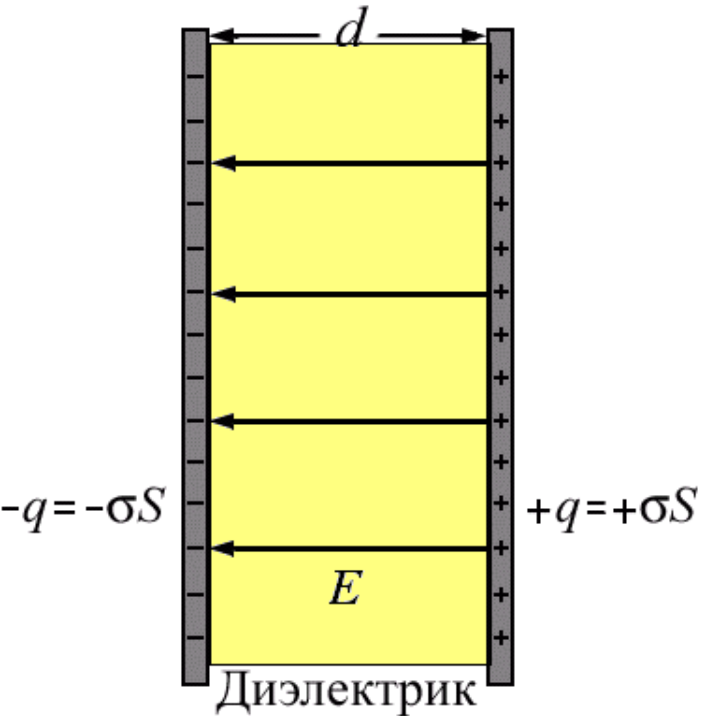
Емкость конденсатора $C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$
где q – заряд конденсатора,
 $\varphi_1 - \varphi_2$ – разность потенциалов между обкладками.

● Плоский конденсатор



Расстояние между обкладками d много меньше линейных размеров конденсатора. Следовательно, поле конденсатора можно рассматривать как поле между двумя бесконечными пластинами.

• Плоский конденсатор



$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}. \quad (1)$$

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}. \quad (2)$$



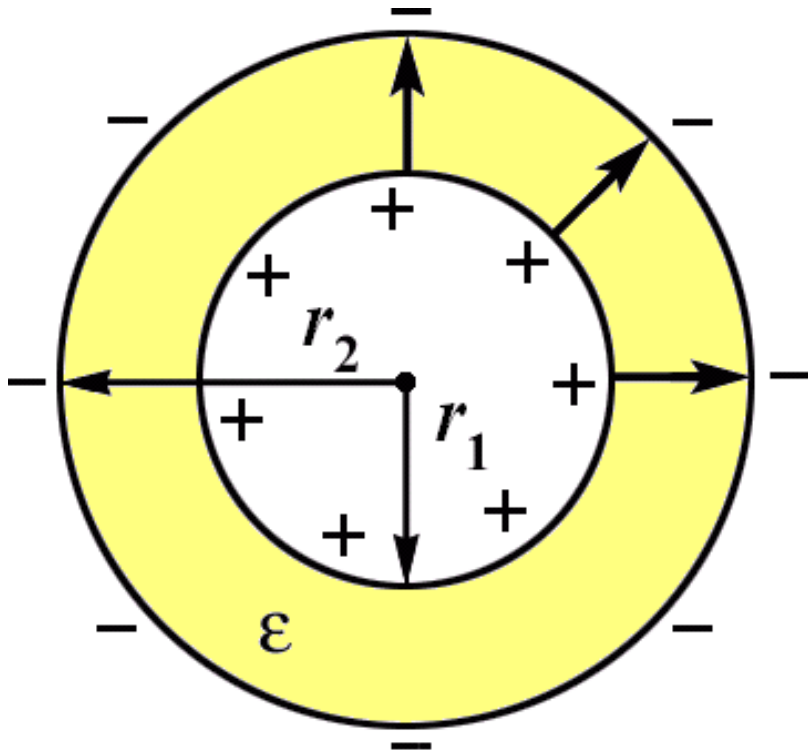
$$\int_0^d \frac{\sigma dr}{\epsilon\epsilon_0} = -\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi. \quad (3)$$

$$\frac{\sigma \cdot d}{\epsilon\epsilon_0} = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (4)$$

$$q = \sigma S. \quad (5)$$

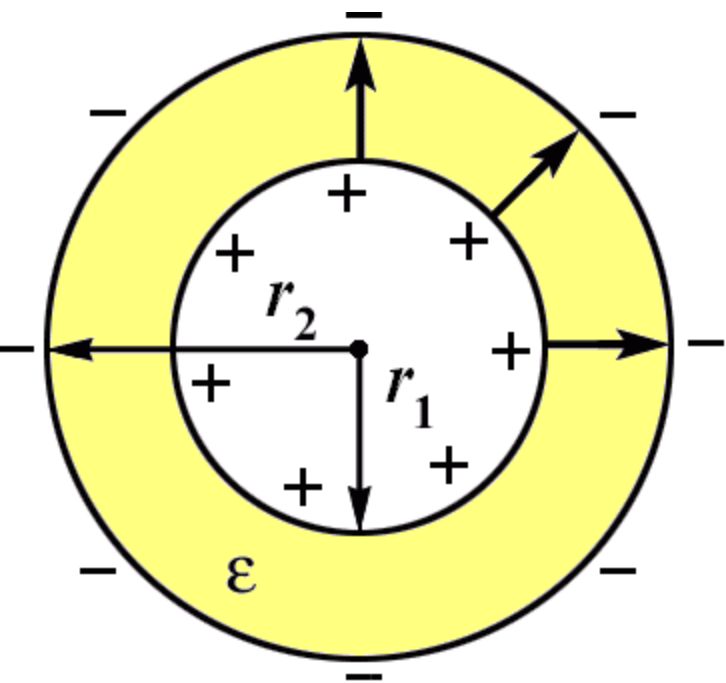
$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}. \quad (6)$$

● Сферический конденсатор



Состоит из двух
концентрических
обкладок
сферической
формы,
разделенных
слоем
диэлектрика.

• Сферический конденсатор



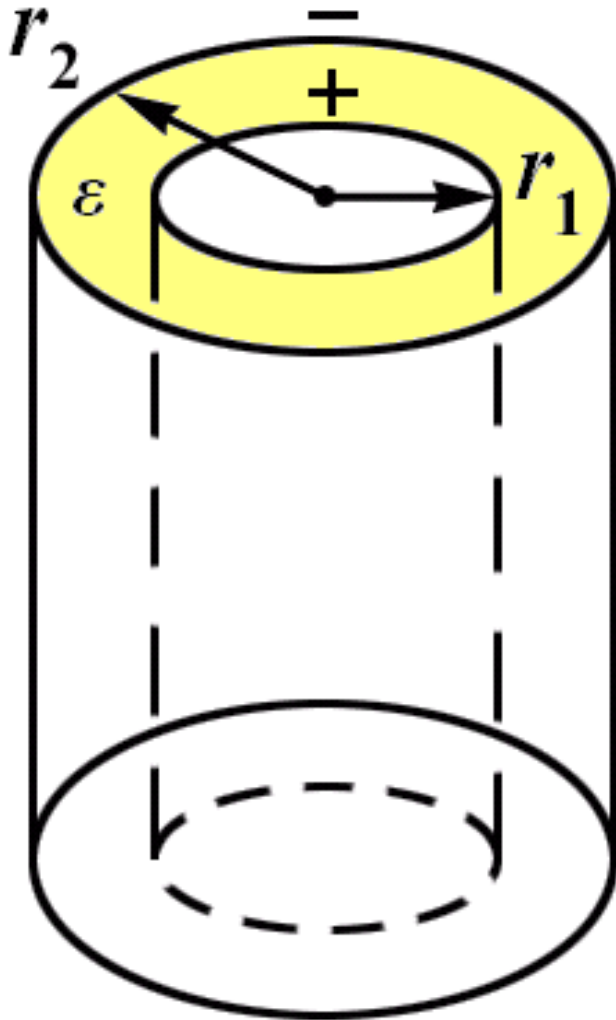
Поле равномерно заряженной сферической поверхности (вне сферы) эквивалентно полю точечного заряда:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

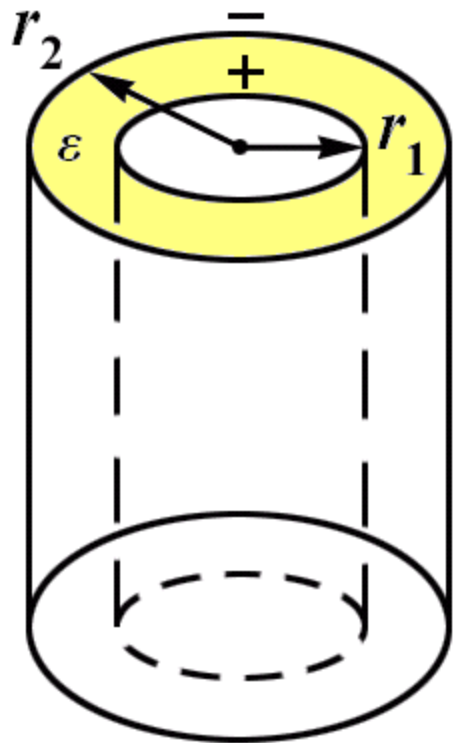
$$\Rightarrow C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = 4\pi\epsilon\epsilon_0 \frac{r_1 \cdot r_2}{r_2 - r_1}.$$

• Цилиндрический конденсатор



Состоит из двух полых коаксиальных цилиндров с радиусами r_1 и r_2 , вставленных один в другой ($r_1 < r_2$) и разделенных слоем диэлектрика.

• Цилиндрический конденсатор



$r_1 < r_2$; $r_1, r_2 < \text{длины}$ \Rightarrow
 поля бесконечного заряженного
 цилиндра:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

$$\tau = \frac{q}{l}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 l} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

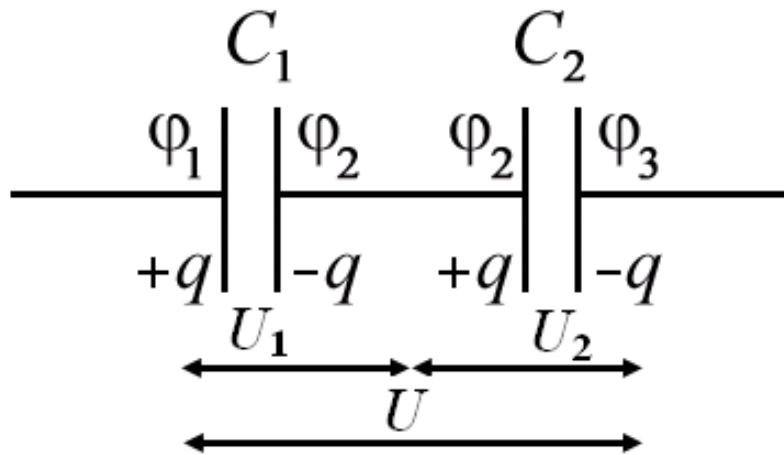
$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

Конденсаторы

Конденсаторы характеризуются пробивным напряжением – разность потенциалов, при которой происходит пробой – электрический разряд через слой диэлектрика. Пробивное напряжение зависит от формы обкладок, свойств диэлектрика и его толщины.

Соединения конденсаторов

• Последовательное



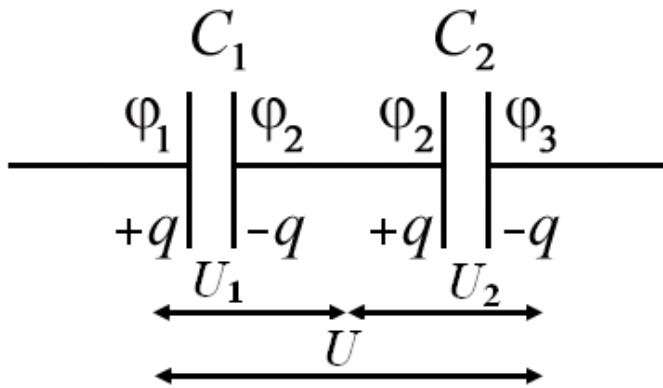
- Заряд каждого конденсатора равен заряду батареи конденсаторов.
- Применяется для деления напряжения. $U = U_1 + U_2$.

$$\frac{q}{C} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}. \quad (1) \quad C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}.$$

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$$

$$C < C_1, C < C_2. \quad C = C / n.$$

- Последовательное соединение конденсаторов



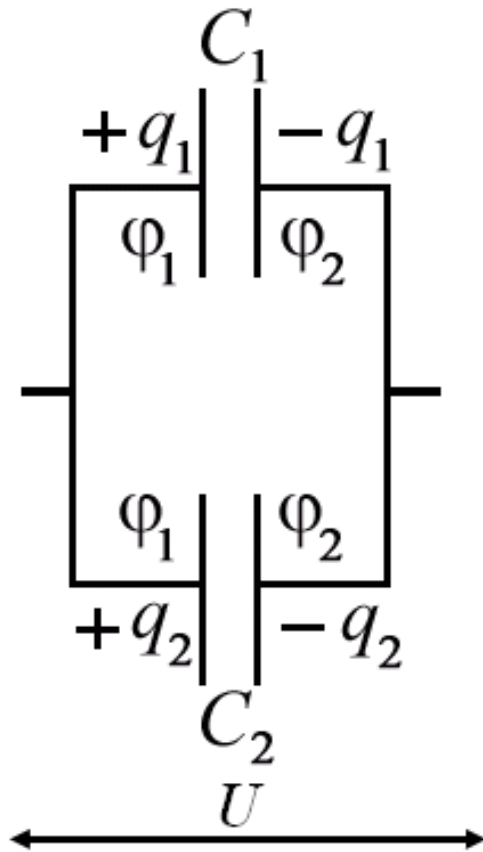
Для n конденсаторов:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$$

$$C < C_1, C < C_2.$$

Если конденсаторы одинаковы, то общая емкость $C = C / n$.

Соединения конденсаторов



- **Параллельное**

- Разность потенциалов на обкладках конденсаторов одинакова и равна U .
- Заряд батареи согласно закону сохранения заряда $q_1 + q_2 = \text{const}$.

$$C_1 U + C_2 U = C U \quad \Rightarrow \quad C = C_1 + C_2. \quad (2)$$

При параллельном соединении конденсаторов емкость батареи увеличивается.

$$C = \sum_{i=1} C_i.$$

Энергия электрического поля

- Энергия заряженного проводника.

В поле проводника перемещаем заряд dq .

При переносе заряда dq из бесконечности на проводник емкостью C , имеющий потенциал φ , совершается работа.

Энергия заряженного проводника

$$\left. \begin{aligned} dA &= \varphi \cdot dq. \\ \varphi &= \frac{q}{C}. \end{aligned} \right\} dA = \frac{q dq}{C}.$$

При этом заряд проводника увеличивается на dq .
Работа, затрачиваемая на зарядку проводника от нулевого потенциала ($\varphi = 0$) до φ

$$A = \int dA = \int \frac{q dq}{C} = \frac{q^2}{2C}.$$

Энергия заряженного проводника

- Энергия заряженного проводника равна работе, которую необходимо совершить, чтобы зарядить этот проводник:

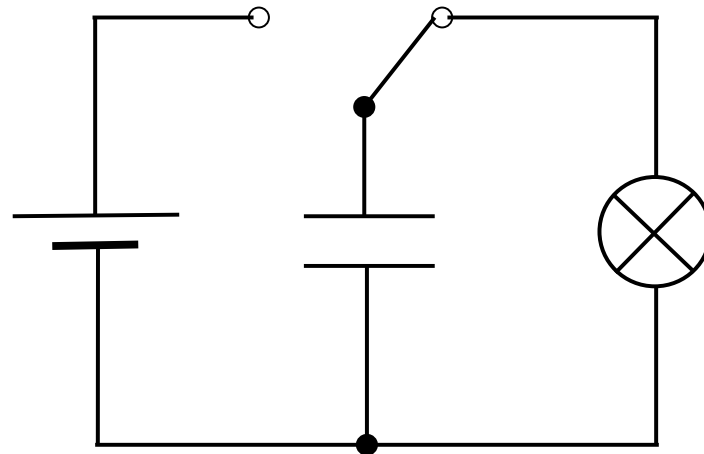
$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\varphi^2}{2}.$$

Энергия электрического поля

- **Энергия заряженного конденсатора.**

Если заряженный конденсатор замкнуть на электрическую лампочку, то она какое-то время будет гореть.

Следовательно, конденсатор обладает энергией.



- Энергия заряженного конденсатора.

$$\left. \begin{array}{l} dA = U \cdot dq. \\ U = \frac{q}{C}. \end{array} \right\} dA = \frac{q dq}{C}.$$

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}.$$

Объемная плотность энергии электрического поля

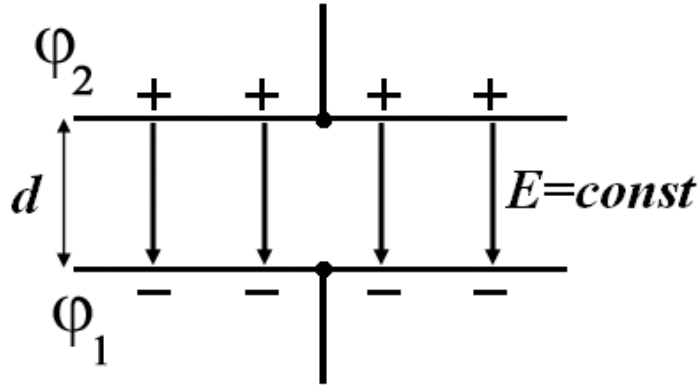
На вопрос о том, где аккумулируется энергия электрического поля: 1) на зарядах или 2) в пространстве, окружающем заряды, в рамках электростатики не отвечают.

Описание электрических явлений с помощью прямого силового взаимодействия (теория дальнего действия) и с помощью промежуточного электрического поля (теория ближнего действия) эквивалентны в рамках электростатики.

Только в электродинамике, где существуют свободные электромагнитные волны, независимые от породивших их зарядов, доказана реальность электромагнитного поля. Электромагнитная волна обладает энергией (радио, телевидение).

Соответственно, энергия электростатического поля сосредоточена в пространстве между зарядами (электростатическое поле обладает энергией с определенной объемной плотностью энергии).

Объемная плотность энергии электрического поля



Объемная плотность энергии:

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{CU^2}{2Sd}$$

S – площадь обкладок конденсатора,
 d – расстояние между обкладками.

$$\omega = \frac{C(Ed)^2}{2Sd} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S(Ed)^2}{d \cdot 2Sd} \Rightarrow \omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{ED}{2}$$

- энергия, приходящаяся на единичный объем

однородного поля.

$$dW = \omega \cdot dV, \quad W = \int_V \omega \cdot dV.$$

Уравнение Пуассона

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}.$$

Уравнение Пуассона описывает

распределение потенциалов в пространстве, если электрическое поле создано системой проводников и в пространстве между проводниками имеются свободные заряды.

Подготовка к контрольной работе

- Электрический заряд. Электризация тел. Закон сохранения электрического заряда.
- Закон Кулона
- Электрическое поле.
- Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции.
- Потенциал. Разность потенциалов. Работа электрического поля по перемещению заряда. Диэлектрики в электростатическом поле.
- Проводники в электростатическом поле.
- Электроёмкость. Конденсаторы. Соединение конденсаторов.
- Энергия электрического поля

Домашнее задание.

Два точечных заряда взаимодействуют в вакууме с силой $0,5 \text{ Н}$. Значение одного заряда в 5 раз больше значения другого. Определите эти значения, если расстояние между зарядами 120 см .

Пылинка массой 10^{-6} г , обладающая зарядом 2 нКл , попадает в однородное электрическое поле напряжённостью 5 Н/Кл . Определите ускорение пылинки.

В вакууме находится точечный заряд 4 нКл . Определите разность потенциалов между точками, удалёнными от заряда на 2 м и на 4 м .

В однородном электрическом поле, напряжённость которого равна 500 Н/Кл , вдоль силовой линии переместили на расстояние 4 см точечный заряд 2 мкКл . Определите совершённую работу.

Конденсатор ёмкостью 400 пФ зарядили, сообщив ему заряд 2 мкКл . Определите энергию конденсатора и разность потенциалов между пластинами.